Efectos NO Perturbativos en Gravedad Cuántica y Cosmologiá Observacional

GUSTAVO NIZ

Universidad de Guanajuato

Taller de Grav., F. de Altas Energías y Cosmología
ICF, Cuernavaca, Agosto 2014

I

Gravedad Cuántica

Seguridad Asintótica

Relatividad General

UV

- No renormalizable perturbativamente
- Singularidades esenciales
- Universo muy temprano (inflación?)

¿El sector obscuro?

IR

Materia obscura → ¿física de partículas?

Energía obscura.

UV

Gravedad pertubativa

¿Dónde está el problema?

Considerar $S = \int dt\, d^3x \left(\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - g \phi^n \right)$

Re-escalando $t \to b t$ Lorentz $x \to b x$

$\frac{dS}{db} = 0 \Rightarrow \phi \to b^{-1} \phi$

Potencial... $V \sim g \int dt\, d^3x\, \phi^n \longrightarrow b^{4-n} V$

Diverge en UV si $\boxed{n > 4}$

UV

Análisis dimensional

$$[g] = -(-1-3+n) = 4-n < 0$$

si $n>4$

$$g \int dt\, d^3x\, \phi^n$$

(Propagador $\sim \frac{1}{k^2}$)

UV

En RG, la teoría perturbativa es

$$h_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} - \eta_{\mu\nu}.$$

$$\mathcal{L} \sim \frac{1}{G_N}\left(h^{\mu\nu}\,\tilde{\Box}\,h_{\mu\nu} + \mathcal{O}(h^2\tilde{\Box}h)\right)$$

→ operador dif. de 2^{do} orden

Rescalando $\quad h_{\mu\nu} \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{G_N}}\,h_{\mu\nu}$

$$\Rightarrow \quad \mathcal{L} \sim h^{\mu\nu}\,\hat{\Box}\,h_{\mu\nu} + G_N\,\mathcal{O}(h^2\tilde{\Box}h)$$

$$\mathcal{L} \sim h^{\mu\nu} \hat{\Box} h_{\mu\nu} + G_N \, \mathcal{O}(h^2 \tilde{\Box} h)$$

Propagador $\sim \dfrac{1}{k^2}$

$$[G_N] = -2 \quad ¡$$

$\therefore$ RG no es perturbativamente renormalizable

UV

Necesitamos un <u>número infinito</u> de contratérminos

Por <u>simetría</u> tienen que ser potencias de los tensores de curvatura.

$$S = \int \sqrt{-g}\, d^4x \left(R + \# R^2 + \# R_{\mu\nu}^2 \right) + \dots$$

$$\sim \int dt\, d^3x\, h_{\mu\nu} \left(\tilde{\Box} - G_N \tilde{\Box}^2 \right) h^{\mu\nu} + \dots$$

UV

Propagador $\sim \dfrac{1}{k^2} + \dfrac{1}{k^2} G_N k^4 \dfrac{1}{k^2} + \dots$

$$= \frac{1}{k^2 - G_N k^4}$$

pero...

UV

$$\text{Propagador} = \frac{1}{k^2 - G_N k^4}$$

$$= \underbrace{\frac{1}{k^2}}_{\text{Gravitón sin masa}} - \underbrace{\frac{1}{k^2 - 1/G_N}}_{\text{Fantasma}}$$

Problema usual con derivados superiores $(R_{\mu\nu}^2, \dots)$

(Ostrogradski).

Posibles soluciones

1) SUSY → ayuda pero no cura el problema.

2) ~~Lorentz~~ → Gravedad de Hořava

3) Nueva física → Cuerdas, LQG, ...

4) No perturbativos → Seguridad asintótica

Renormalización à la Wilson

Punto fijo ultravioleta (g_*) $\leftarrow$ buscamos

UV — Acción Propuesta

Cálculo a "1-loop"

$\Downarrow$

Flujo de Renormalización

$\uparrow k$

$\Gamma_k \to$ Acción efectiva (g_k)

IR — Acción Clásica (g_0) $\to$ Punto fijo infarrojo

Flujo de Renormalización

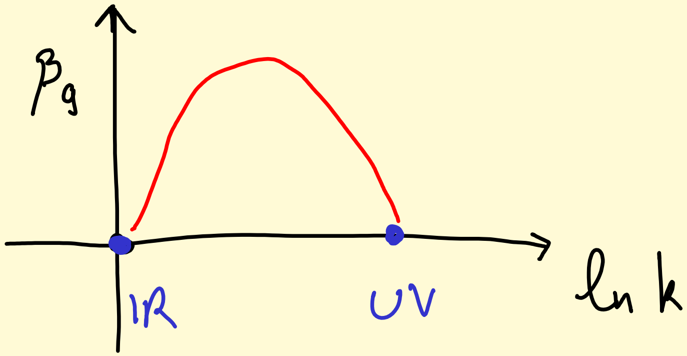
- Las constantes (de acoplamiento) cambian con la energía

$$g(k)$$

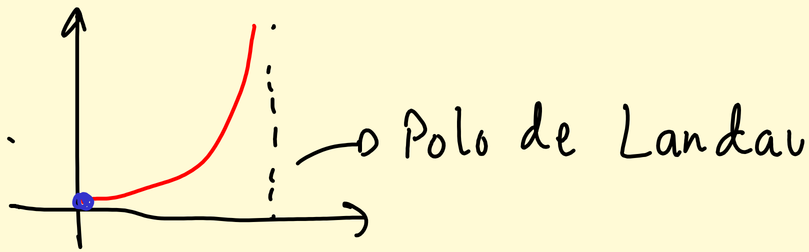
- El cambio está codificado en las funciones beta:

$$\beta_g \equiv \frac{dg}{d\ln k} = k\frac{dg}{dk}$$

<u>Flujo</u> puntos fijos $\beta_g = 0$ ¿Estabilidad?



Vs



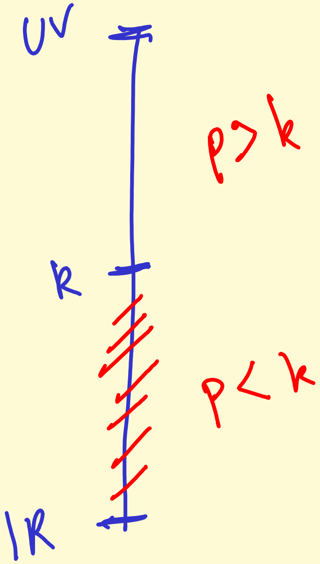
En detalle...

Función de partición $\quad Z[J] = \int D\phi \; e^{-S[\phi] + \phi \cdot J}$

1PI (Acción efectiva) $\quad \Gamma[\phi] \simeq J \cdot \phi - \ln Z[J]$

Introduciendo un IR cut-off para discriminar modos por momento

$$Z[J] = \int D\phi \; e^{-S[\phi] + \phi \cdot J + \Delta S_k[\phi]}$$



$$\Delta S_k[\phi] = \frac{1}{2} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \, T(p) \, \phi^2$$

Masa de ϕ

$$L_k = \begin{cases} p^2 & p^2 \ll k^2 \\ 0 & p^2 \gg k^2 \end{cases}$$

Acción efectiva $\quad \Gamma[\phi] = J\cdot\phi - \ln Z[J] \underbrace{+\Delta S_k[\phi]}$

El resultado no debe depender de esto (Litim para RG)

Obedece ecuación (exacta)

$$\boxed{k\frac{\partial\Gamma}{\partial k} = \mathrm{Tr}\left(\frac{\delta^2\Gamma}{\delta\phi\,\delta\phi} + T\right)^{-1} k\frac{\partial T}{\partial k}}$$

$\hookrightarrow \int d^4x$.

(Wetterich '93)

$$\Delta S \sim \int T(k)\,\phi^2\,d^4k$$

$\hookrightarrow$ De aquí uno extrae las funciones beta.

Teorías Renormalizables de Campos vía sus puntos fijos en el UV

① Punto fijo Gaussiano

- Teorías perturbativamente renormalizables.
- Teoría asintóticamente libre

(ej. QCD)

② Punto fijo No-Gaussiano

- Teorías no-perturbativamente renormalizables
- Teoría asintótica interactuante
- Seguridad asintótica (ej. 2d O(N) σ-model, Gross-Neveu en 2d, etc)

Seguridad Asintótica

Weinberg 1979

Conjetura: existe un punto fijo no-trivial UV,

$\Rightarrow$ RG tiene sentido cuántico

Seguridad Asintótica

¿De qué teoría física comenzamos en el UV?

$$S = M_{pl}^2 \int \sqrt{-g}\,(R + R^2 + \dots + C^2 + \dots + \Lambda)$$

Empecemos con:

$$S = \frac{1}{16\pi G_N} \int \sqrt{-g}\,(R - 2\Lambda)$$

Definiendo parámetros adimensionales

$$g_k = k^2 G_N$$

$$\lambda_k = k^{-2} \Lambda$$

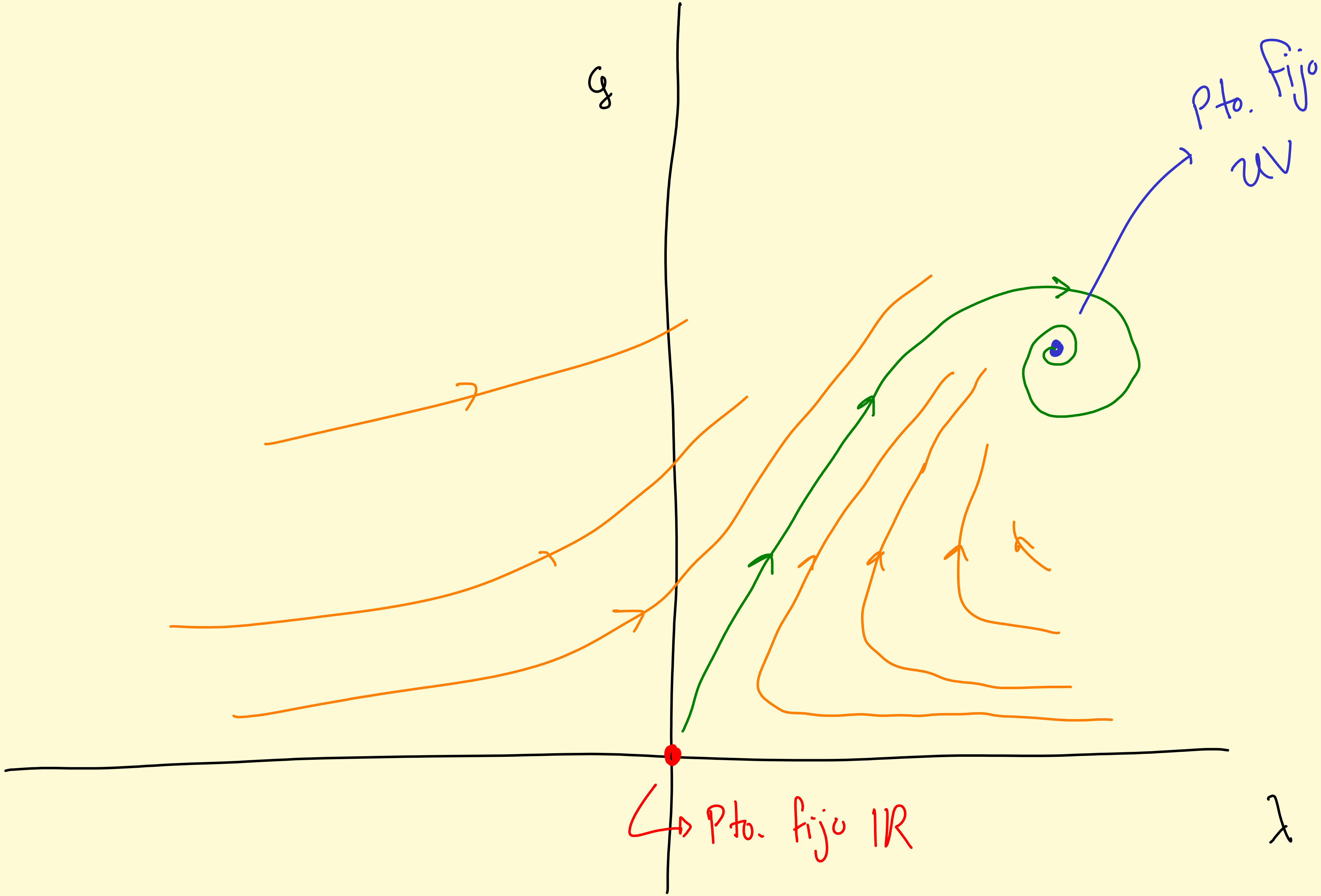
tenemos las funciones beta $(d=4)$

$$\beta_\lambda = \frac{d\lambda}{d\ln k} = \frac{P_1}{P_2 + 24g}$$

$$\beta_g = \frac{dg}{d\ln k} = \frac{2 g P_2}{P_2 + 24 g}$$

$$P_1(g,\lambda) = O(\lambda^3, g^2)$$

$$P_2(g,\lambda) = O(\lambda^2, g)$$



g
Pto. fijo UV
Pto. fijo IR
λ

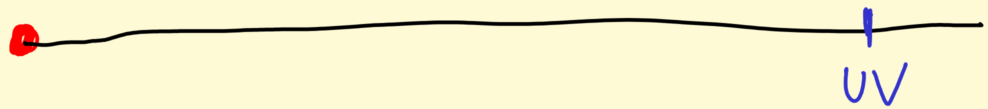
Hoyos Negros con el flujo de renormalización

Solución clásica de

$$S=\frac{1}{16\pi G}\int d^4x\sqrt{-g}\,(R-2\Lambda)$$

$$ds^2=-f(r)\,dt^2+\frac{dr^2}{f(r)}+r^2 d\Omega_2^2$$ Schwarzschild

$$f(r)=1-\frac{2GM}{r}-\frac{1}{3}\Lambda r^2$$



Misma forma funcional de la acción

$$S=\frac{1}{16\pi G_k}\int d^4x\sqrt{-g}\,(R-2\Lambda_k) \Rightarrow$$

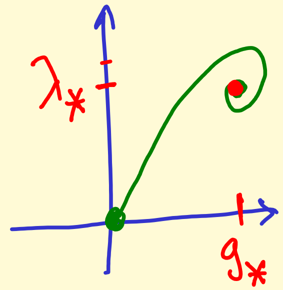
la solución de hoyo negro es

$$f(r)=1-\frac{2G_kM}{r}-\frac{1}{3}\Lambda_k r^2$$

En el punto fijo UV

recordemos

$$g_k = k^2 G_k \,, \quad \lambda_k = k^{-2}\Lambda_k \quad \Rightarrow \quad f(r) = 1 - \frac{2\, k^{-2} g_* M}{r} - \frac{1}{3} k^2 \lambda_* r^2$$



$$k \sim \frac{\text{Const}}{\text{distancia}} = \frac{\xi}{\int_0^r \sqrt{-ds^2_{schw}}} \sim \frac{\xi}{r^{3/2}}$$

$\xi \to \mathcal{O}(1)$

$$f(r) = 1 - \underbrace{\frac{2\, g_* M}{\xi^2} r^2} - \underbrace{\frac{1}{3}\frac{\xi^2 \lambda_*}{r}}$$

intercambian papeles

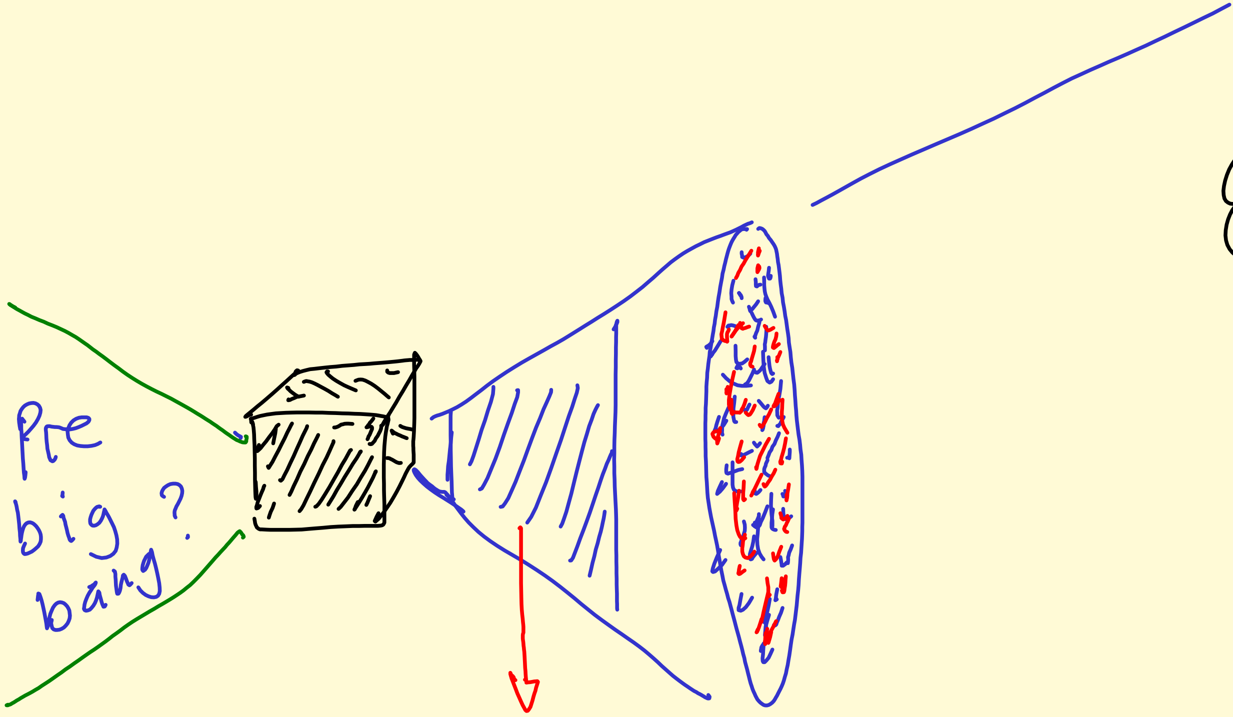
- controla divergencias en el UV!
- Si $\Lambda = 0 \Rightarrow$ No hay singularidad en $r = 0$!

II

Cosmología (BAO)

Efectos No-lineales en la estructura de gran escala del Universo

Modelo del Hot Big Bang



Estructura de Gran Escala del Universo

Inflación ?

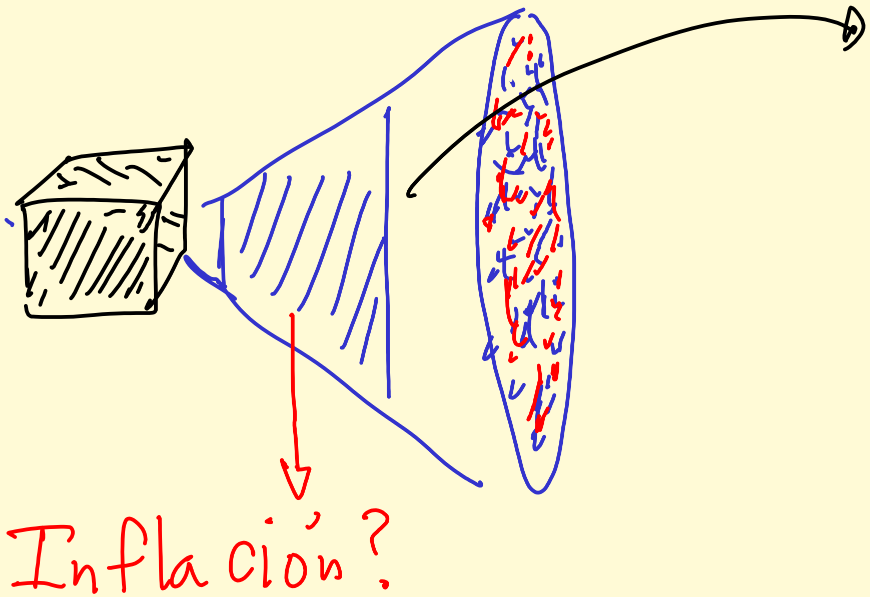
CMB

Condiciones Iniciales

- Background homogéneo e isotrópico
- Perturbaciones Gaussianas casi invariantes de escala

Punto fijo UV ?

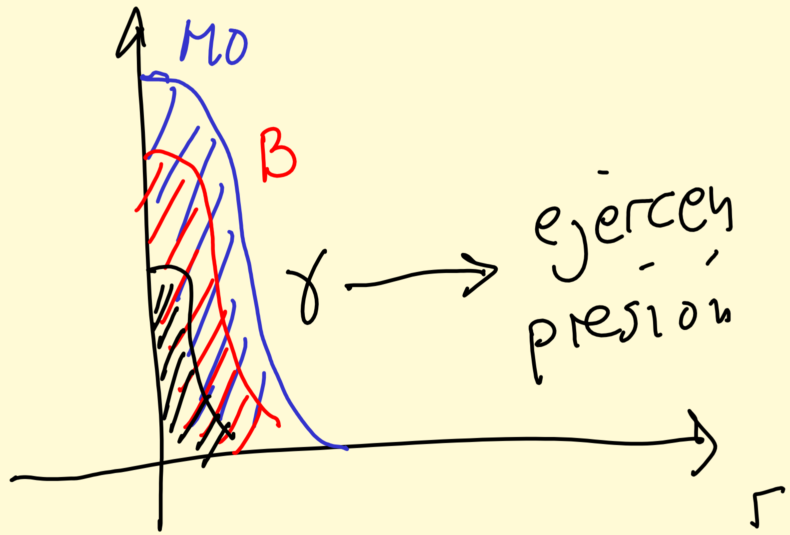
Baryon Acoustic Oscillations

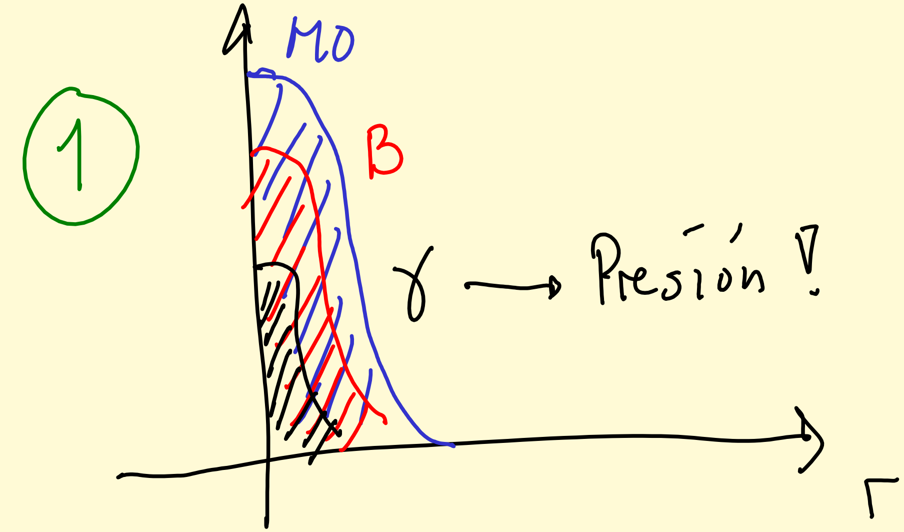


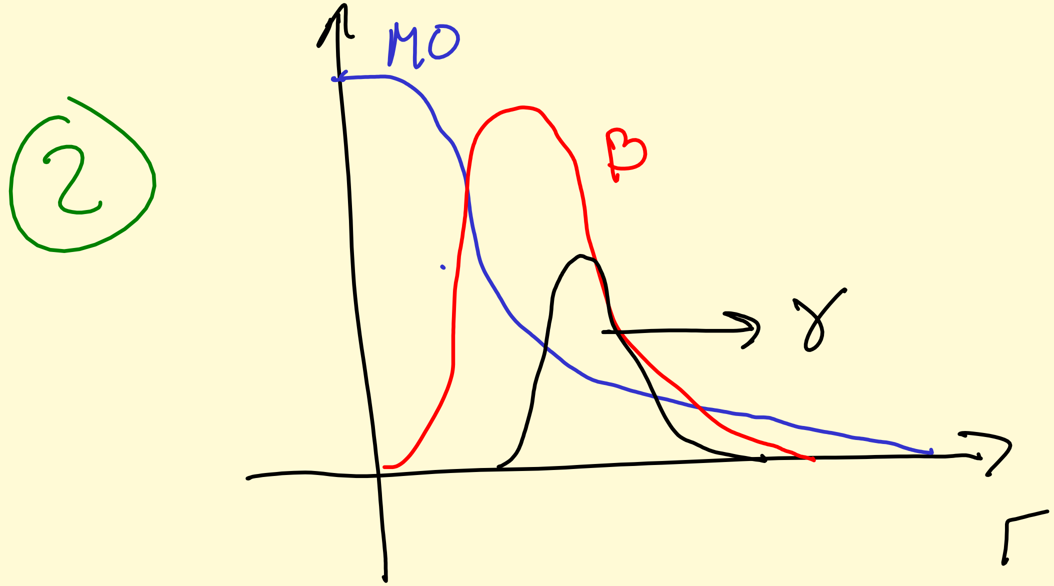
"Sopa Caliente" con:

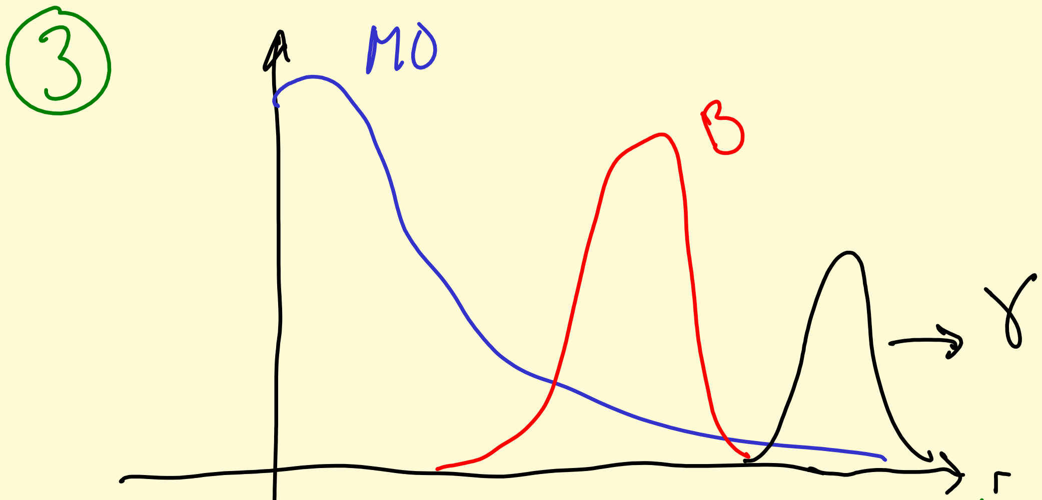
MO - Materia Obscura
B - Bariones } $P \simeq 0$
γ - Fotones } $P \neq 0$

Considerar 1 perturbación de densidad

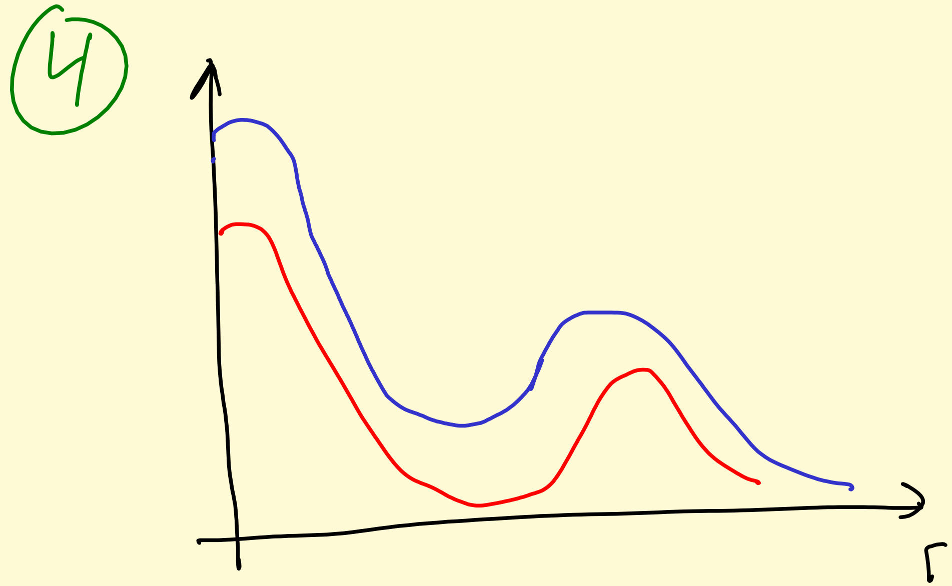






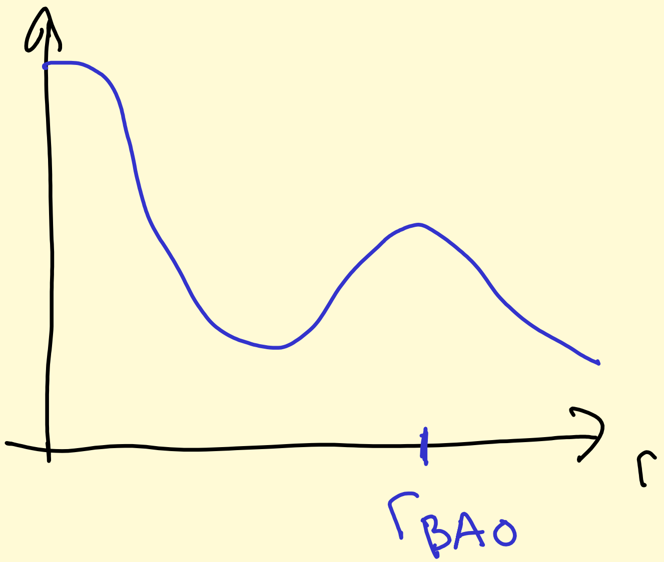


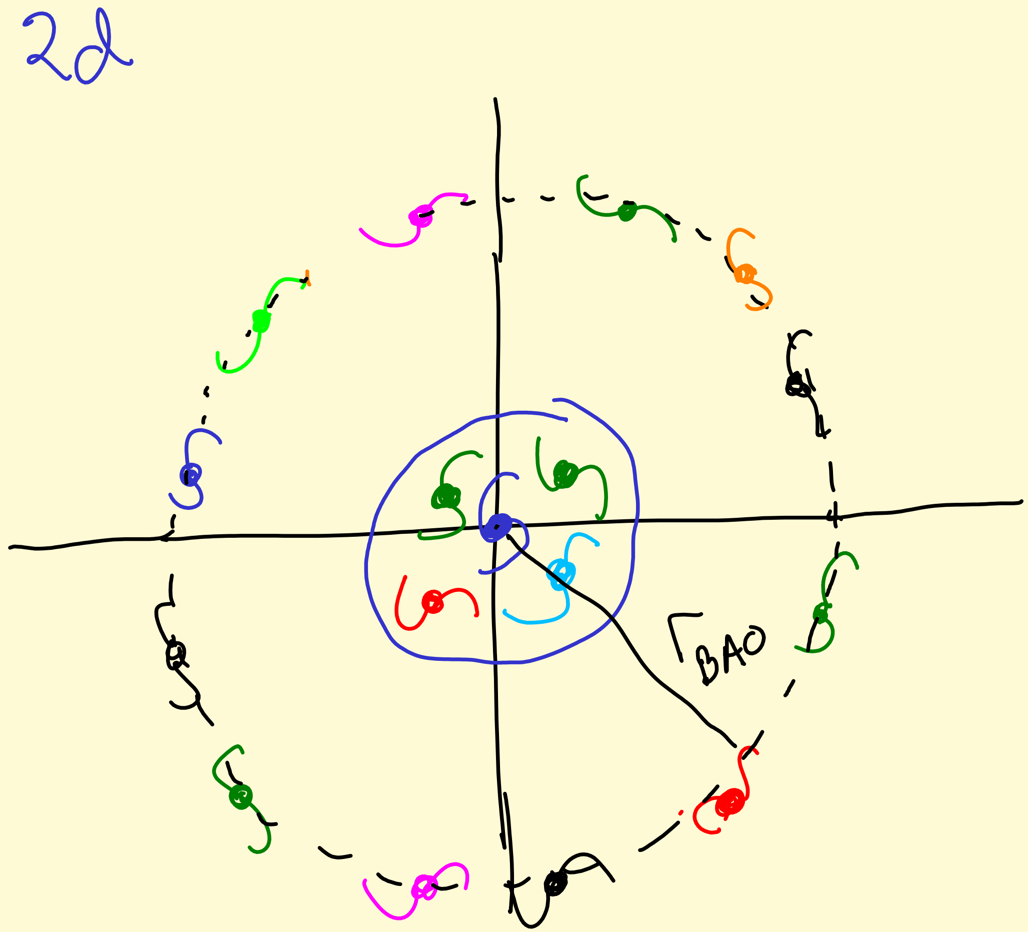
Se descacoplan γ's de B
(CMB)



B regresan a Pozo de Potencial

A un cierto redshift (tiempo)

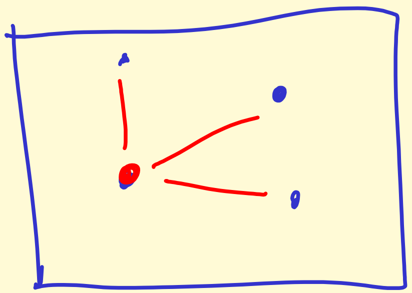




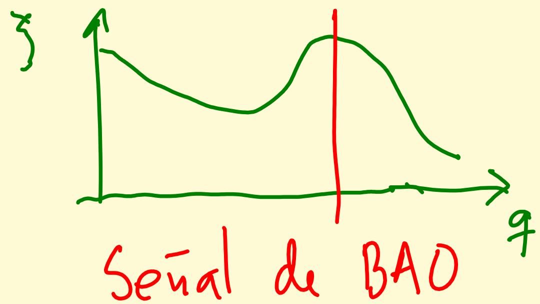
Si la evolución es sólo lineal !

Función de correlación (de 2 puntos)

(Propagador en espacio real)

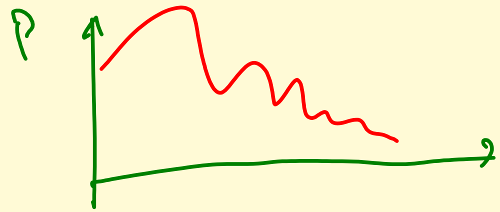


$$\xi(q) = \langle X(q)\, X(0) \rangle$$



Espacio de Fourier

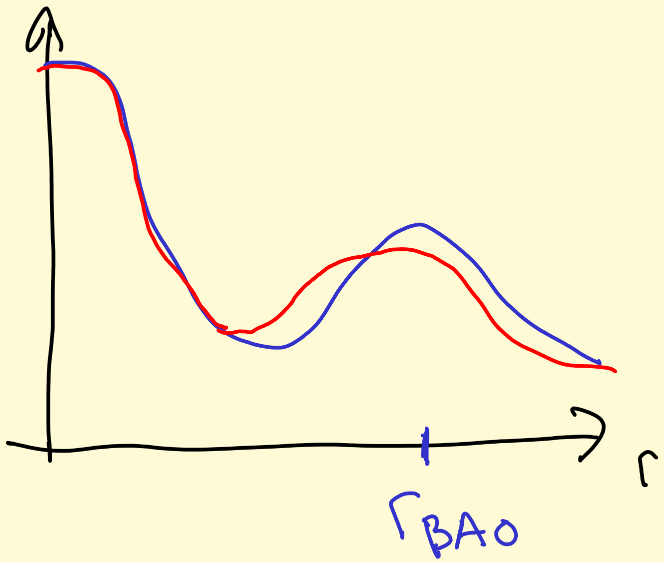
$$P(k) = \langle \hat{X}(k)\, \hat{X}(0) \rangle$$

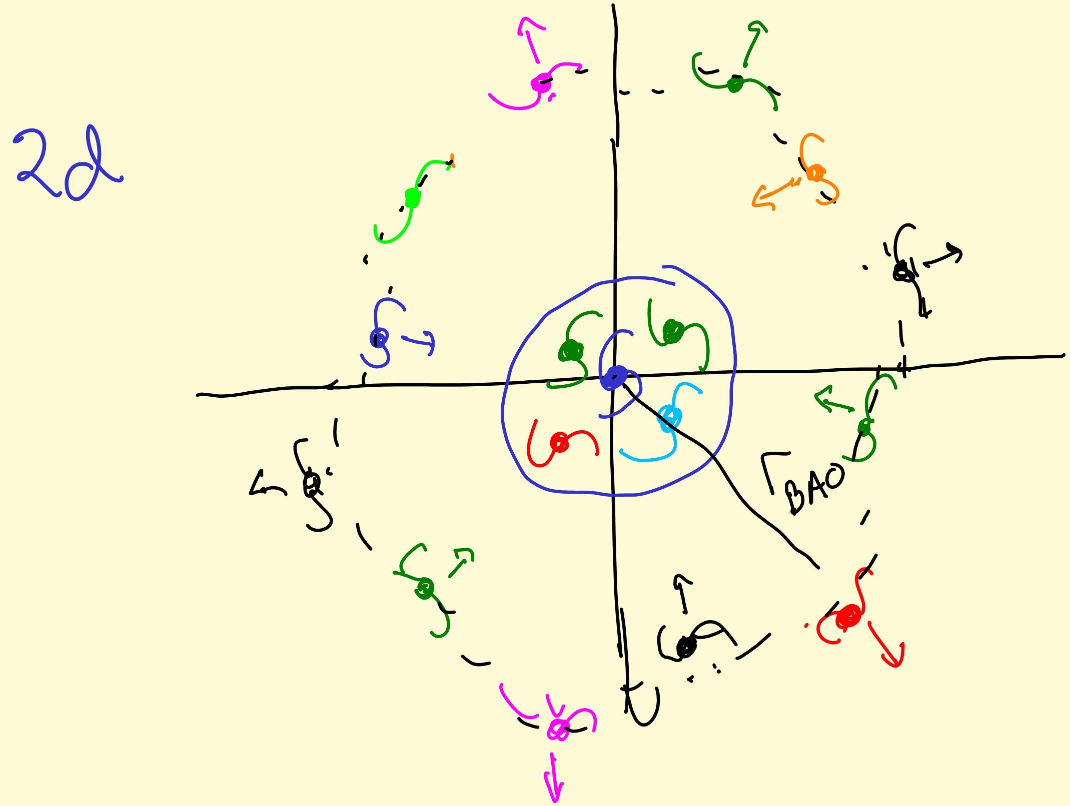


Espectro de potencia (Power Spectrum)

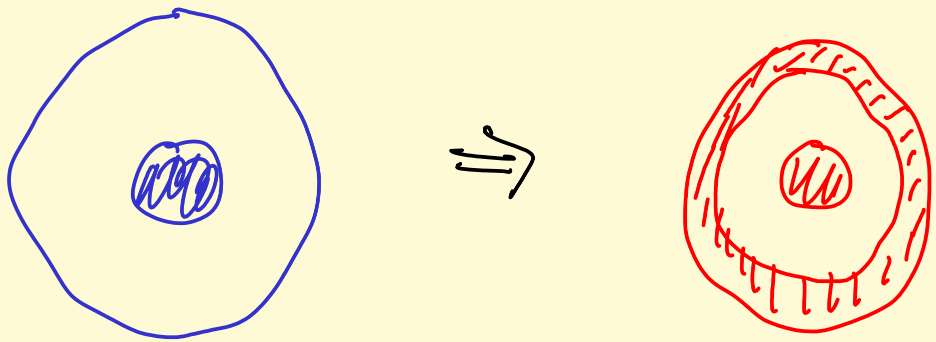
La señal de BAO son oscilaciones!

Efectos NO lineales

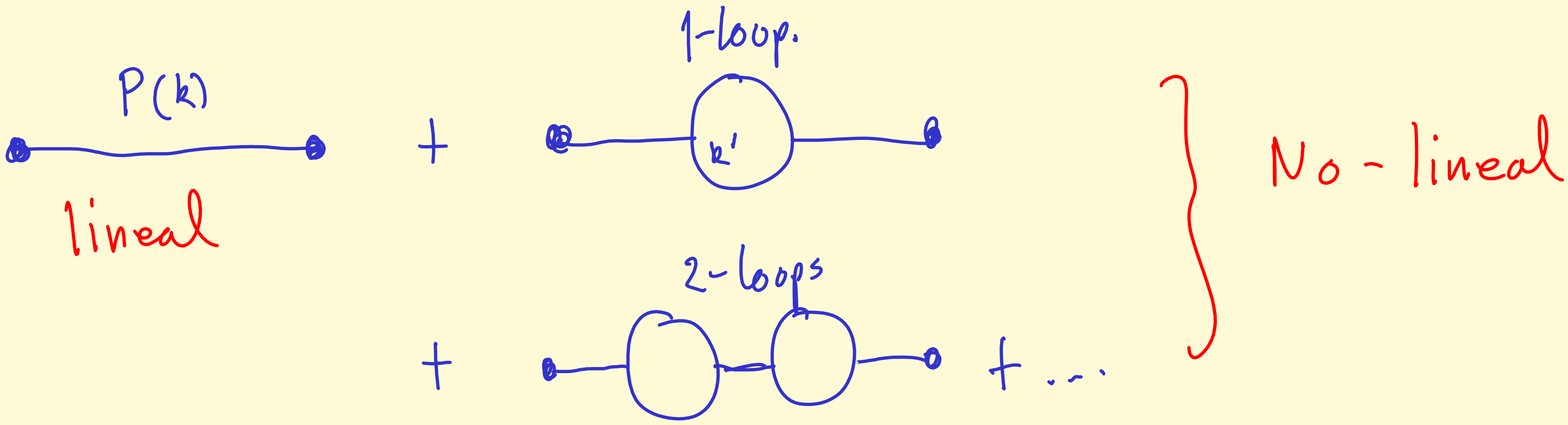




Apachurran y desplazan el pico



Efectos NO lineales



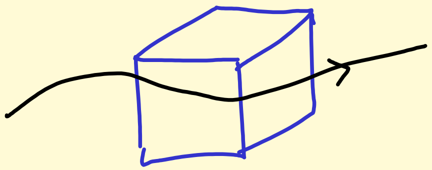
Converge la Serie ?

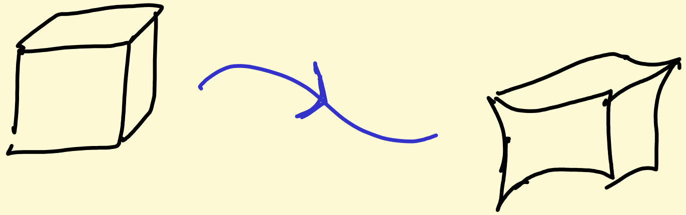
Respuesta: Si $\rightarrow$ para unas interacciones

No $\rightarrow$ $\underbrace{\text{para otras interacciones}}_{\text{esta plática}}$

Teoría

Euleriana Vs **Lagrangiana**





Veo fluido

Nos montamos en fluido

Variables

$$\delta = \frac{\rho - \bar{\rho}}{\bar{\rho}} \qquad v = \frac{dx}{dt}$$

$\Phi \rightarrow$ Potencial Gravitacional

$$x(\tau) = q + \Psi(q,\tau)$$

↳ posición

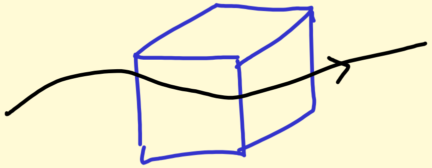
Expansión del universo

$$\mathcal{H} \equiv \frac{1}{a}\frac{da}{d\tau}$$

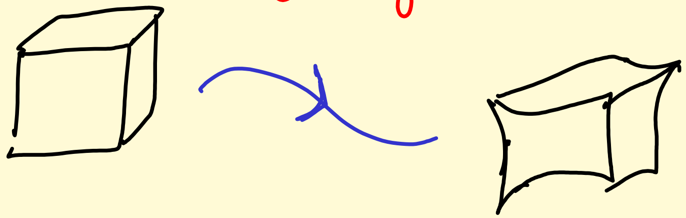
} ficción (viscocidad) en el fluido

Teoría

Euleriana Vs **Lagrangiana**



Veo fluido



Nos montamos en fluido

$$\delta = \frac{\rho - \bar{\rho}}{\bar{\rho}} \qquad v = \frac{dx}{dt}$$

$\Phi \to$ Potencial Gravitacional

$$x(\tau) = q + \psi(q,\tau)$$

↳ posición

EOM

$G_{\mu\nu} \sim T_{\mu\nu} \Rightarrow \nabla^2 \Phi = 4\pi G_N a^2 \bar{\rho}\, \delta$

Poisson

$\nabla_\mu T^{\mu\nu} \sim 0 \Rightarrow \dot{\delta} + \nabla \cdot \left((1+\delta) v \right) = 0$

C. de Energía (Euler)

$$\dot{v} + (v \cdot \nabla) v = -\mathcal{H} v - \nabla \cdot \phi$$

C. de Momento. (Continuidad)

Geodésicas

$$\frac{d^2 x}{d\tau^2} + \mathcal{H} \frac{dx}{d\tau} = -\nabla_x \Phi$$

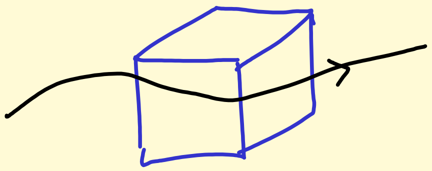
Preservación de volumen

$$\bar{\rho}(\tau)\, d^3q = \rho(x,\tau)\, d^3x = \bar{\rho}(\tau)\left(1+\delta(x,\tau)\right) d^3x$$

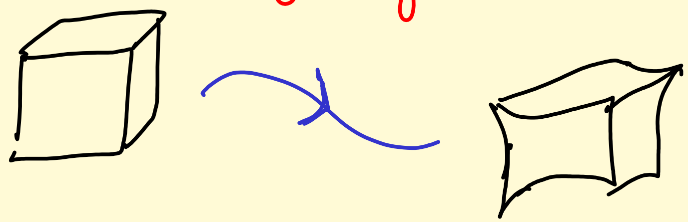
Ec. diferencial para $\psi(q,\tau)$

Teoría

Euleriana Vs Lagrangiana



Veo fluido



Nos montamos en fluido

Orden lineal son iguales

$$\ddot{\delta}_k + \mathcal{H}\dot{\delta}_k + \frac{3}{2}\Omega_m \mathcal{H}^2 \delta_k = 0$$

Solución: 2 modos: $D_+ \to$ crece $\longrightarrow$ Nos intersa

$D_- \to$ decrece

$$\boxed{\text{ej. Universo plano con polvo} \quad D_+ \sim t^{2/3} \quad D_- \sim t^{-1}}$$

Formalismos difieren a orden no-lineal

(Senatore, Zaldarriaga 2014)

Modelo de Juguete

Power spectra

$\delta_L \rightarrow$ Campo Gaussiano aleatorio

$\psi \rightarrow$ " " " que modula a δ_L

P_L

P_ψ.

$$\delta(x) = \delta_L(x + \psi(x)) = \int \frac{dk}{2\pi} \hat{\delta}_L(k) e^{-ik(x+\psi(x))}$$

Función de correlación (exacta)

$$\xi(x) = \langle \delta(x)\delta(0) \rangle = \int \frac{dk}{2\pi} P_L(k) e^{ikx} e^{-\frac{k^2}{2}\Delta_\psi(x)}$$

$$\Delta_\psi(x) = \langle \psi(x) - \psi(0) \rangle = \int \frac{dk}{2\pi} P_\psi \left(1 - e^{ikx}\right)$$

$$\Delta_\psi(x) = \int \frac{dk}{2\pi} P_\psi \left(1 - e^{ikx}\right) \xrightarrow{kx \ll 1} 0$$

P_ψ modifica a P_L vía $e^{-\frac{k^2}{2}\Delta_\psi(x)}$

sólo hay contribución para modos $k \gg 1/x$

1-loop. (expandiendo $e^{-\frac{k^2}{2}\Delta_\psi(x)}$)

$$\xi^{1\text{-loop}}(x) = -\int \frac{dk}{2\pi} P_L(k)\, e^{ikx}\, k^2 \frac{\Delta_\psi}{2} \simeq \frac{\Delta_\psi(x)}{2}\, \xi''(x)$$

$$\simeq 450\, \xi^{0\text{-loop}}(x)$$

↳ Para nuestro Universo (por BAO)

∴ La física de estructura a gran escala es no perturbativa.

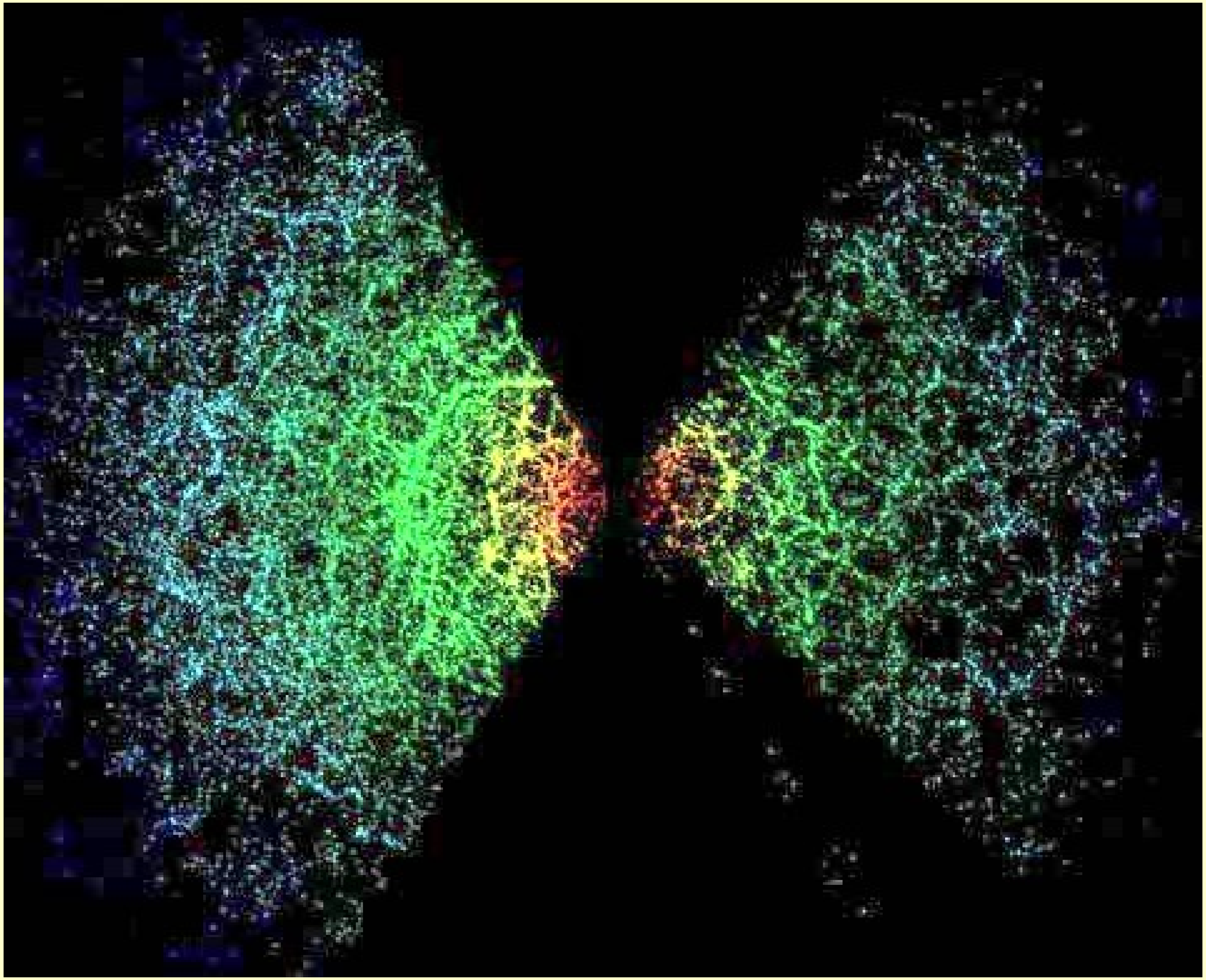
Nuestro Universo

- Se puede calcular esta "exponencial" donde los modos grandes ($k \gg 1/x$) afectan al power spectrum en escalas no-lineales (Senatore & Zaldarriaga)

Efectos del 1%

- Próximos experimentos podrán medir esto.

Así se ve el Universo (Sloan-DSS)



Efectos no pert. en cosmología