Expansión cosmológica usando una teoría de gravedad extendida

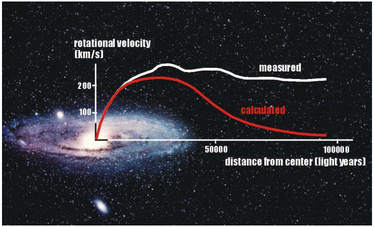
Diego Antonio Carranza Ortiz

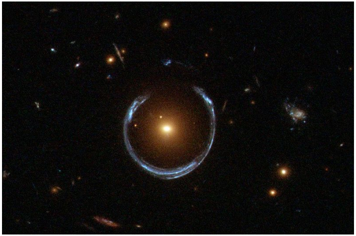
Outline

Motivaciones Astrofísicas

Diferentes sistemas astrofísicos muestran claras discrepancias entre las observaciones y las teorías de gravitación (Newton, Einstein). P.ej **curvas de rotación galácticas, cúmulos globulares, lente gravitacional expansión cosmológica**.

Tradicionalmente, dichos problemas se explican introduciendo componentes de materia y/o energía oscura. $\rightarrow$ ¡Solo el 4% de la materia en el Universo es de carácter bariónico!



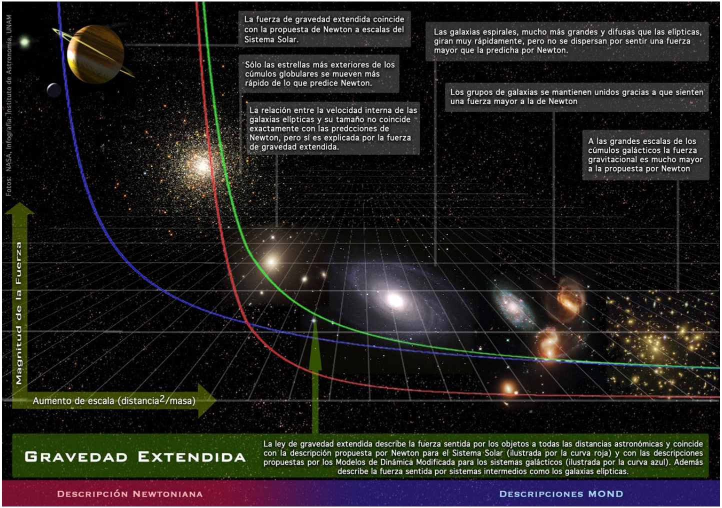


Las teorías de gravitación no han sido probadas de manera directa a grandes escalas. Así, una alternativa plausible es modificar las leyes de gravitación en lugar de introducir entes desconocidos (neutrinos masivos, axiones, energía oscura).

Esto no significa modificarlas a todas las escalas, sino solo en ciertos regímenes, i.e. **extenderla**. Propuestas para esto son:

- MOND,
- TeVeS,
- Teorías $f(R)$,
- Teorías de campo escalar, etc...

Teoría métrica de gravedad extendida


Fotos: NASA, Infografía: Instituto de Astronomía, UNAM
La fuerza de gravedad extendida coincide con la propuesta de Newton a escalas del Sistema Solar.
Sólo las estrellas más exteriores de los cúmulos globulares se mueven más rápido de lo que predice Newton.
La relación entre la velocidad interna de las galaxias elípticas y su tamaño no coincide exactamente con las predcciones de Newton, pero sí es explicada por la fuerza de gravedad extendida.
Las galaxias espirales, mucho más grandes y difusas que las elípticas, giran muy rápidamente, pero no se dispersan por sentir una fuerza mayor que la predicha por Newton.
Los grupos de galaxias se mantienen unidos gracias a que sienten una fuerza mayor a la de Newton
A las grandes escalas de los cúmulos galácticos la fuerza gravitacional es mucho mayor a la propuesta por Newton
Magnitud de la Fuerza
Aumento de escala (distancia2/masa)
Gravedad Extendida
La ley de gravedad extendida describe la fuerza sentida por los objetos a todas las distancias astronómicas y coincide con la descripción propuesta por Newton para el Sistema Solar (ilustrada por la curva roja) y con las descripciones propuestas por los Modelos de Dinámica Modificada para los sistemas galácticos (ilustrada por la curva azul). Además describe la fuerza sentida por sistemas intermedios como los galaxias elípticas.
Descripción Newtoniana
Descripciones MOND

En este caso particular, se estudia una teoría tipo $f(R)$, en la que se le incluye una fenomenología tipo MOND $\rightarrow$ la constante de aceleración de Milgrom a_0 pasa a ser una cantidad relevante.

La diferencia con una teoría $f(R)$ radica en la inclusión de una **nueva longitud** de la teoría.

Para construir una teoría de gravitación a nivel relativista, partimos de un principio de mínima acción:

$$S = S_{\mathrm{f}} + S_{\mathrm{m}} = -\frac{c^3}{16\pi G} \int \frac{f(\chi)}{L_M^2} \sqrt{-g}\, \mathrm{d}^4 x - \frac{1}{c} \int \Lambda \sqrt{-g}\, \mathrm{d}^4 x, \tag{1}$$

donde $\chi = RL_M^2$ es un parámetro adimensional de la teoría que determina el régimen en el que se está. **El principal reto es determinar la forma de la función** $f(\chi)$. La manera ideal es hacerlo mediante observaciones astronómicas.

Al considerar a la **masa** del sistema como una cantuidad fundamental, diversas observaciones (curvas de rotación, lente gravitacional, expansión cosmológica) son consistentes con:

$$f(\chi) = \chi^{3/2} \tag{2}$$

Alternativamente, si la densidad ρ es ahora la cantidad fundamental, éste entra en la descripción de L_M.

Para recuperar el límite de campo débil se requiere:

$$L_M \propto \frac{c^{5/4}}{a_0^{1/4}(G\rho)^{3/8}} \tag{3}$$

En un caso más general podemos escribir:

$$L_M \propto a_0^{\alpha_1} G^{\alpha_2} c^{\alpha_3} \rho^{\alpha_4} \tag{4}$$

Para el caso de polvo ($p = 0$), como en un Universo dominado por materia, las ecuaciones de campo son:

$$f_R R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} f g_{\mu\nu} + (g_{\mu\nu}\nabla^\alpha\nabla_\alpha - \nabla_\mu\nabla_\nu) f_R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} + f_T T_{\mu\nu} \qquad (5)$$

Así, dada una métrica, las ecuaciones dinámicas pueden ser obtenidas de manera directa.

En campo débil, para reproducir una curva de rotación plana (MOND), se requiere $f(\chi) = \chi^{-3}$.

Expansión cosmológica

Para el caso particular del Universo a gran escala, escogemos una **métrica FLRW con curvatura cero**. Además proponemos que $f(\chi)$ sea una **ley de potencias**:

$$f(\chi) = \chi^b \tag{6}$$

Además, por simplicidad, buscamos soluciones para el **factor de escala** $a(t)$ **y la densidad** $\rho(a)$ de la siguiente forma:

$$a(t) = a(t_0)\left(\frac{t}{t_0}\right)^{\alpha}, \quad \rho(a) = \rho_0\left(\frac{a}{a(t_0)}\right)^{\beta}, \tag{7}$$

El problema pasa a ser entonces el determinar las constantes α, β y n.

De las ecuaciones de campo y con la métrica elegida se obtiene una ecuación tipo **Friedmann**. Adicionalmente, es necesaria una ecuación que rija las **componentes de materia**. Estas resultan ser:

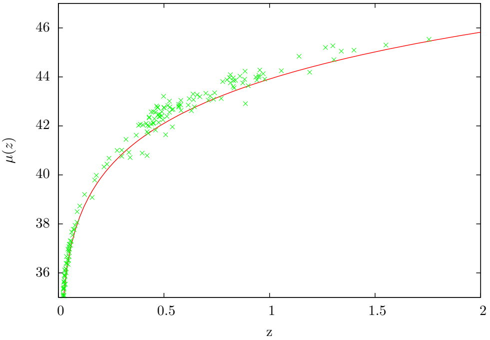
$$H^2 = \frac{8\pi G\rho}{3Zf_R}, \quad \left(\frac{8\pi G}{c^4} + f_T\right)\nabla_\mu T^{\mu\nu} = -T^{\mu\nu}\nabla_\mu f_T \tag{8}$$

Para probar el modelo utilizamos **SNIa**; en particular, comparamos el **módulo de la distancia** predicho con el observado:

$$\mu\left(z\right) = 5\log_{10}\left[H_0 d_L\left(z\right)\right] - 5\log_{10} h + 42.38. \tag{9}$$

donde

$$d_L\left(z\right) = \left(1+z\right)\int_0^z \frac{c}{H\left(z\right)}\ \mathrm{d}z. \tag{10}$$



Aplicando un método Montecarlo, el mejor conjunto de parámetros es:

$$\alpha = 1.072 \pm 0.013, \quad \beta = -3, \quad b = -3.0001 \pm 0.0014 \tag{11}$$

$$h = 0.7006 \pm 0.0036 \quad \alpha_4 = -0.3582 \pm 0.0028 \tag{12}$$

Gravedad emergente

Desde un punto de vista entrópico, la gravedad puede ser vista como un fenómeno emergente.

- 1a ley de la termodinámica: $F \Delta x = T \Delta S$
- Aumento de entropía: $\Delta S = 2\pi k_B \frac{mc}{\hbar} \Delta x$
- Principio holográfico: $N = \frac{A}{l_P} \implies N = \frac{A}{l_P} f(x)$
- Equipartición de la energía: $E = \frac{1}{2} N k_B T \implies E = \frac{1}{2} N k_B T g(x)$

Tomando $f(x)$ o a $g(x)$ como la función identidad $\implies F = m\frac{GM}{r^2}$.

Pero si tomamos $f(x) = x$ o $g(x) = x$, se obtiene: $\implies F = m\frac{\sqrt{a_0 GM}}{r}$.

Conclusiones

- Esta teoría de gravedad extendida $f(\chi) = \chi^b$ es capaz de explicar la expansión acelerada del Universo sin materia ni energía oscura.
- Las potencias para L_M concuerdan con las obtenidas en campo débil.
- La forma particular $f(\chi) = \chi^{-3}$ es capaz de explicar la fenomenología gravitacional tanto en sistemas galácticos, como a escalas cosmológicas.
- Existen argumentos que sugieren que una ley de gravedad extendida puede ser vista como un fenómeno emergente.