

GTD de un agujero negro con fuente electromagnética no lineal*

Gustavo Arciniega · Alberto Sánchez · Cuernavaca · 2014

* arxiv: 1404.6319

Instituto de
Ciencias
Nucleares
UNAM

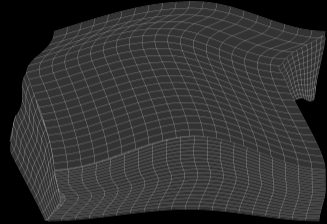


Motivación

A black hole is depicted in the center-right of the image, surrounded by a glowing accretion disk and two bright jets extending outwards. The background is a dark space filled with numerous small, distant stars.

- Transición de fase en AdS-BH (Hawking-Page)
- Correspondencia AdS/CFT
- Maxwell no lineal en la vecindad de la fuente (estrellas de neutrones o BH)
- Formulaciones geométricas a la termodinámica (GTD, Winhold, Ruppeiner)

Geometrotermodinámica



- Espacio fase

- Variedad de contacto \mathcal{T}
- $\dim(\mathcal{T}) = (2n + 1)$ con coordenadas $\{Z^A\}_{A=1, \dots, 2n+1} \equiv \{\Phi, E^a, I^a\}_{a=1, \dots, n}$
- 1-forma de contacto Θ tal que $\Theta \wedge (d\Theta)^n \neq 0$
- Métrica $G = G_{AB} dZ^A dZ^B$

Geometrotermodinámica

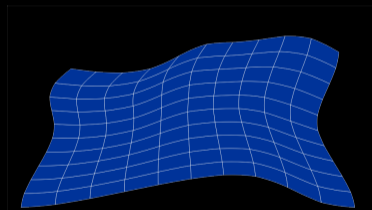
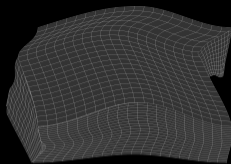
- Espacio fase \mathcal{T}

- **Espacio de estados de equilibrio**

- Variedad Riemanniana \mathcal{E} definida por el encaje $\varphi : \mathcal{E} \rightarrow \mathcal{T}$
- $\dim(\mathcal{E}) = n$
- Métrica $g = g_{ab} dE^a dE^b$ dada por $g = \varphi^*(G)$

$$\varphi : (E^a) \rightarrow (\Phi, E^a, I^a)$$

$$\Phi(E^a) \quad \text{tal que} \quad \varphi^*(\Theta) = \varphi^*(d\Phi - \delta_{ab} I^a dE^b) = 0$$



(1)

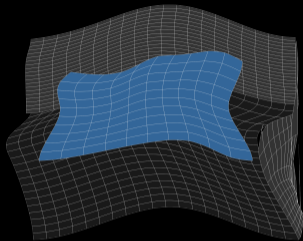
(2)

Geometrotermodinámica

- Espacio fase \mathcal{T}

- Espacio de estados de equilibrio \mathcal{E}

- G invariante de Legendre

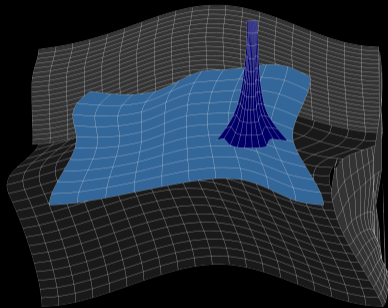


$$\{\Phi, E^a, I^a\} \rightarrow \{\tilde{\Phi}, \tilde{E}^a, \tilde{I}^a\}, \quad (3)$$

$$\Phi = \tilde{\Phi} - \tilde{E}_a \tilde{I}^a, \quad E^a = -\tilde{I}^a, \quad I^a = \tilde{E}^a \quad (4)$$

Geometrotermodinámica

- Curvatura \Leftrightarrow Interacción
- Singularidad \Leftrightarrow Transición de fase
- Geodésicas \Leftrightarrow Procesos cuasi-estáticos



GTD de Agujeros Negros

$$G = \Theta^2 + (\delta_{ab} E^a I^b)(\eta_{cd} dE^c dI^d), \quad (5)$$

$$\delta_{ab} = \text{diag}(1, 1, \dots, 1), \quad \eta_{ab} = \text{diag}(-1, 1, \dots, 1)$$

$$\Theta = d\Phi - \delta_{ab} I^a dE^b$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial E^a} = I_a, \quad d\Phi = I_a dE^a. \quad (6)$$

GTD de Agujeros Negros

$$G = \Theta^2 + (\delta_{ab} E^a I^b) (\eta_{cd} dE^c dI^d),$$

$$g^{GTD} = \varphi^*(G) = \left(E^c \frac{\partial \Phi}{\partial E^c} \right) \left(\eta_{ab} \delta^{bc} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial E^c \partial E^d} dE^a dE^d \right).$$

BH con fuente de Maxwell no lineal (PMI)

$$S = -\frac{1}{16\pi} \int_M d^{n+1}x \sqrt{-g} \left[R + \frac{n(n-1)}{l^2} + (-F_{\mu\nu}F^{\mu\nu})^s \right] + S_{GH}$$

$$ds^2 = -f(r)dt^2 + \frac{dr}{f(r)} + r^2 d\Omega_{n-3}^2$$

$$f(r) = 1 + \frac{r_+^2}{l^2} - \frac{m}{r_+^{n-2}} + \frac{(2s-1)^2 \left[\frac{(n-1)(2s-n)^2 q^2}{(n-2)(2s-1)^2} \right]^s}{(n-1)(n-2s)r_+ \frac{2(ns-3s+1)}{2s-1}}$$

BH con fuente de Maxwell no lineal (PMI)

$$f(r) = 1 + \frac{r_+^2}{l^2} - \frac{m}{r_+^{n-2}} + \frac{(2s-1)^2 \left[\frac{(n-1)(2s-n)^2 q^2}{(n-2)(2s-1)^2} \right]^s}{(n-1)(n-2s)r_+^{\frac{2(ns-3s+1)}{2s-1}}}.$$

$$m = \frac{16\pi M}{(n-1)\omega_{n-1}}, \quad (7)$$

$$q = \left[\frac{8\pi}{\sqrt{2s}\omega_{n-1}} \right]^{\frac{1}{2s-1}} \left[\frac{n-2}{n-1} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{(2s-1)^{\frac{2s-2}{2s-1}}}{n-2s} Q^{\frac{1}{2s-1}}. \quad (8)$$

BH con fuente de Maxwell no lineal (PMI)

$$f(r) = 1 + \frac{r_+^2}{l^2} - \frac{m}{r_+^{n-2}} + \frac{(2s-1)^2 \left[\frac{(n-1)(2s-n)^2 q^2}{(n-2)(2s-1)^2} \right]^s}{(n-1)(n-2s)r_+^{\frac{2(ns-3s+1)}{2s-1}}}.$$

$$A = -\sqrt{\frac{n-1}{2(n-2)}} q r^{(2s-n)/(2s-1)} dt$$

Termodinámica del BH-PMI

$$dM = TdS + \Phi dQ, \text{ Primera Ley}$$

$$S = \frac{\omega_{n-1} r_+^{n-1}}{4},$$

$$\omega_{n-1} = (2\pi^{n/2})/\Gamma(n/2),$$

$$T = \frac{\partial M}{\partial S}, \quad \Phi = \frac{\partial M}{\partial Q}.$$

Termodinámica del BH-PMI

Criterio de Ehrenfest

Transiciones de fase de primer y segundo orden

$$G = TM - \Phi Q, \quad \text{Energía libre de Gibbs}$$

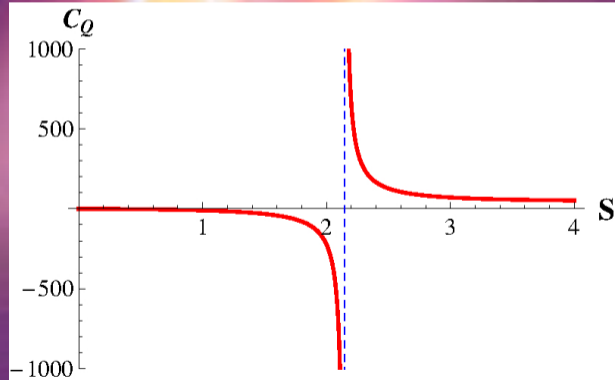
Si $\frac{\partial G}{\partial X} \rightarrow \infty$ Primer orden. Si $\frac{\partial^2 G}{\partial X^2} \rightarrow \infty$ Segundo orden.

$$C_Q = -T \left(\frac{\partial^2 G}{\partial T^2} \right)_Q = \frac{(\partial M / \partial S)_Q}{(\partial^2 M / \partial S^2)_Q}.$$

Termodinámica del BH-PMI

Capacidad Calorífica C_Q

$$\begin{aligned}l &= 1, \\ Q &= 1, \\ s &= 5/2 \\ n &= 4\end{aligned}$$



GTD del BH-PMI

$$\Phi = M \text{ y } E^a = \{S, Q\}$$

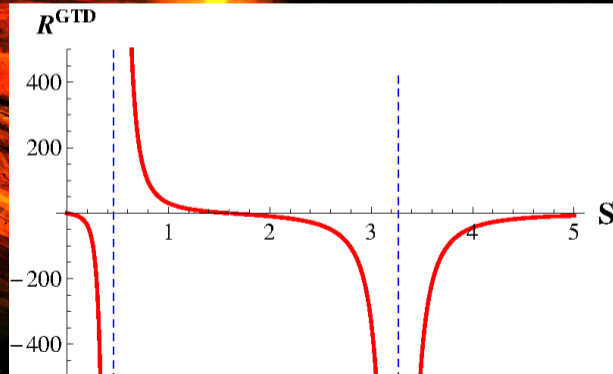
$$g^{GTD} = \left(S \frac{\partial M}{\partial S} + Q \frac{\partial M}{\partial Q} \right) \left(- \frac{\partial^2 M}{\partial S^2} dS^2 + \frac{\partial^2 M}{\partial Q^2} dQ^2 \right).$$

$$\Rightarrow R^{GTD}$$

GTD del BH-PMI

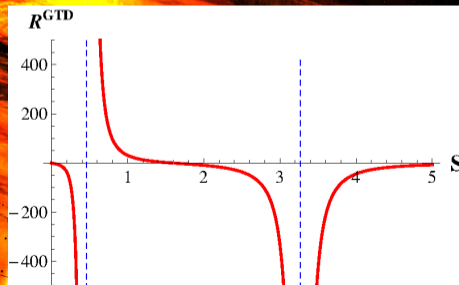
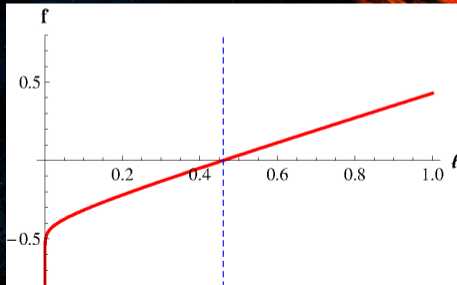
Escalar de curvatura R^{GTD}

$$\begin{aligned}l &= 1, \\ Q &= 1, \\ s &= 5/2 \\ n &= 6\end{aligned}$$



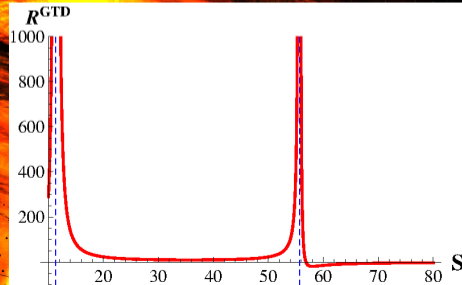
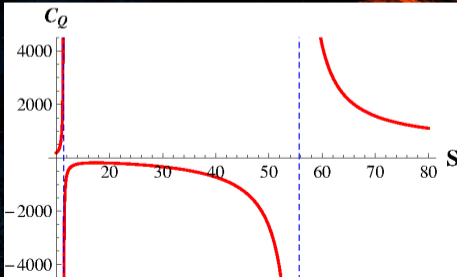
GTD del BH-PMI

$$f = S \frac{\partial M}{\partial S} + Q \frac{\partial M}{\partial Q} = 0$$



GTD del BH-PMI

$Q=1, l=8, s=1, n=3.$



Weinhold del BH-PMI

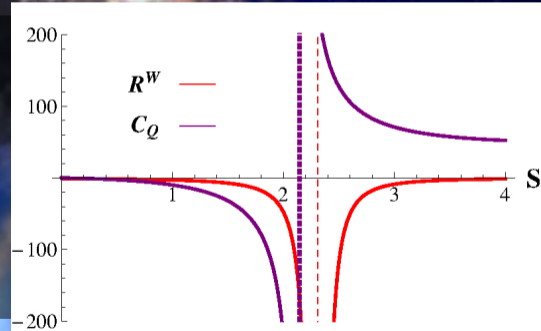
$$g^W = \frac{\partial^2 M}{\partial S^2} dS^2 + 2 \frac{\partial^2 M}{\partial S \partial Q} dS dQ + \frac{\partial^2 M}{\partial Q^2} dQ^2.$$

$$l = 1,$$

$$Q = 8,$$

$$s = 5/2$$

$$n = 4$$



Conclusiones

- Se analizó la estructura geométrica del espacio de equilibrio de un Agujero Negro con fuente PMI.
- Se analizaron los puntos de transición de fase de segundo orden.
- Se comprobó que las transiciones de fase de segundo orden corresponden con los puntos donde R^{GTD} diverge.
- Se analizaron los puntos divergentes de R^W y se comprobó que no coinciden con la termodinámica de BH. Requiere de la invariancia de Legendre.
- Se realizó el análisis considerando a la constante cosmológica (no se presentó aquí)
- La GTD es un formalismo apropiado para reproducir las transiciones de fase de los Agujeros Negros.